Kleinheubacher Berichte

Band 33

1990

Deutsche Bundespost TELEKOM • Forschungsinstitut

Postfach 10 00 03 • Am Kavalleriesand 3 • 6100 Darmstadt

ISSN 0343-5725

Grenzen der Rauschzahl und Fehler der Rauschanpassungstheorie

von
A. Neidenoff
Fachhochschule des Saarlandes
Goebenstr. 40
D - 6600 Saarbrücken

Zusammenfassung

Es werden die Grenzen prinzipieller Art aufgezeigt, an die die Anwendung der Rauschzahl als Optimierungsgröße bei rauschenden Netzwerken stößt. **Die Rauschzahl ist nicht eine direkte Funktion des Signal-Rausch-Verhältnisses am Ausgang eines rauschenden Netzwerkes, so daß ihr Minimum nicht zwingend ein Maximum des Signal-Rausch-Verhältnisses darstellt.** Weiterhin ist die Annahme, daß das Eingangsrauschen aus einer Signalquelle nur ein thermisches Rauschen des Innenwiderstandes der Signalquelle darstellt, nicht ausreichend. Diese Annahme kann nur dann akzeptiert werden, wenn das thermische Rauschen als fiktives Bezugsrauschen verwendet wird, um fiktive, vergleichbare Werte für die Rauschzahl zu bekommen, jedoch nicht mehr, um es als Grundlage der Rauschanpassung und erst recht nicht einer Rauschoptimierung zu verwenden. **Die Rauschanpassung enthält außerdem einen Fehler prinzipieller Art und hat deswegen mit einem Rauschminimum im Netzwerk nichts zu tun. Sie ist viel mehr ein Flop, welcher nach dem Schneeballeffekt seit über 40 Jahren durch die Rauschliteratur läuft und die sinnvolle Rauschoptimierung durch falsche Schlußfolgerungen blockiert.**

Abstract

The utilisation of the noise factor as a means for noise optimisation meets basic limitations, which are discussed in this paper. **The noise factor is not a direct function of the signal to noise ratio at the output of a noisy network, and its minimum is not necessarily the minimum of the signal to noise ratio.** The presumption, that the input noise of a signal source is nothing but thermal noise of the source resistance, is not sufficient. This assumption can only be accepted, when the thermal noise is used as a fictitious base noise in order to get comparable fictitions values for the noise factor but not as fundamental for noise matching or optimization.

The noise matching contains furthermore a principle error and is therefore not related with the noise minimization of a network. It is a flop rather, which has been distributed throughout the noise literature like in a snow ball effect and blocks reasonable conclusions.

1. Einleitung

Die Rauschzahl ist ein sehr alter physikalischer Begriff. Der erste Bezug ist auf Fränz (1939) zurückzuführen. Sie gehört zu den Grundlagen, die in einem elektrotechnischen Studium gelehrt werden, und ist inzwischen zu einem Synonym für die Signal-Rausch-Verhältnisse im elektrischen Netzwerk geworden. Man sagt: "kleine Rauschzahl" und meint gute Signal-Rausch-Verhältnisse oder man sagt: "große Rauschzahl" und meint schlechte Signal-Rausch-Verhältnisse, obwohl dies nicht so ist und an Gültigkeitsgrenzen stoßen kann, die durch die Rauschanpassungstheorie sogar überschritten werden. Das letztere ist um so wichtiger, da es sich um Behauptungen handelt, die noch vor über vierzig Jahren in der Fachliteratur übernommen, seit dem von Autor zu Autor weitergereicht, inzwischen also von unzähligen Autoren akzeptiert?! wurden und auf Grund dessen irrtümlicherweise als Standardwissen gelten, als ein wissenschaftliches Muß jedes neuen Werkes. [1] bis [6] sind nur stellvertretend für die gesamte Literatur angeführt worden.

Der vorliegende Beitrag hat zum Ziel, die naturgemäßen Grenzen der Rauschzahl darzustellen, die Probleme ihrer Handhabung zu nennen und vor allem die Fehler ihrer Anwendung in der Rauschanpassungstheorie aufzuzeigen.

2. Das rauschende lineare Netzwerk

Es sei ein allgemeines, rauschendes Netzwerk gegeben, welches eine beliebige Anzahl von rauschenden Zwei- und Vierpolen sowie Mehrtoren habe und beliebig zusammengeschaltet sei, Bild 1. Im allgemeinen Netzwerk sei explizite der Zweipol der Signalquelle und der Zweipol der Signallast dargestellt. (Der allgemeine Fall mit einer beliebigen Anzahl von Signalquellen und -senken wird hier nicht behandelt, kann aber leicht analog hierbei konstruiert werden.)

Die rauschenden Zwei- und Vierpole sowie Mehrtore seien durch ihre Ersatzrauschparameter vorgegeben, die unabhängig von dem Netzwerk sind, in dem die Teilschaltungen eingesetzt werden, und allgemein das Rauschverhalten jedes Teilnetzwerkes beschreiben:

- rauschender Zweipol: eine Ersatzrauschquelle
- rauschender Vierpol: zwei Ersatzrauschquellen und zwei zueinander konjugiert-komplexe Kreuzspektren
- rauschendes n-Tor: 2(n-1) Ersatzrauschquellen und 2(n-1) paarweise zueinander konjugiert-komplexe Kreuzspektren

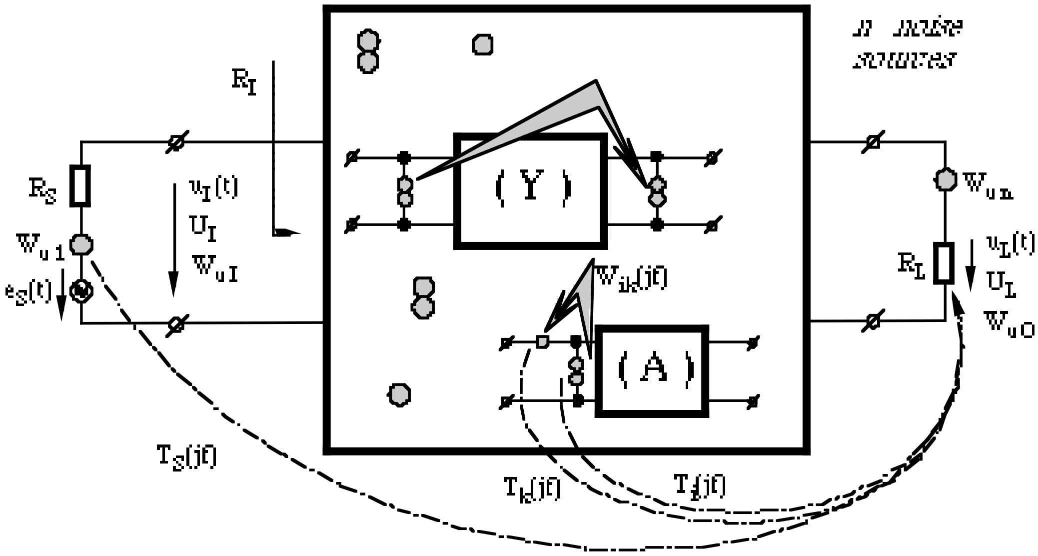

Bild 1 *Das allgemein rauschende Netzwerk*

Die Rauschleistungen der einzelnen Ersatzrauschquellen (Ersatzspektren und Ersatzkreuzspektren) werden im rauschenden Netzwerk umgesetzt. Sie erzeugen an allen Impedanzen im Netzwerk und somit auch an seinem Ausgang ein entsprechendes Rauschsignal und geben an jedem Verbraucher im Netzwerk eine entsprechende Rauschleistung ab. Die Rauschleistungen im Netzwerk werden durch die Spezifik seiner Ausführung vorgegeben und sind unabhängig vom Vorhandensein einer Signalleistung.

Die nachrichtentechnische Aufgabe des Netzwerkes besteht darin, das Signal der Signalquelle $e_S(t)$ zu verarbeiten. Die Signalleistung wird mit ihrem schon vorhandenen Rauschanteil $W_{u1}(f)$ von außen zusätzlich hinzugefügt und im Netzwerk umgesetzt. Sie erzeugt überall, somit auch am Ausgang des Netzwerkes, ein Nutzsignal. Man beachte, daß das Nutzsignal ohne weiteres ein stochastisches Signal mit einem gegebenem Spektrum sein kann, welches in seiner zeitlichen Realisierung auch als elektrisches Rauschen wahrgenommen werden kann. Wenn wir zwischen Signal oder Rauschen aus einer elektrischen Quelle unterscheiden, meinen wir nicht das Vorhandensein oder das Nichtvorhandensein einer deterministischen Funktionsbeschreibung der elektromotorischen Kraft dieser Quelle im Zeitbereich, sondern den Nutzeffekt des elektrischen Signals dieser Quelle. Die Form der Verteilung der elektrischen Leistung im Frequenzbereich ist hierbei nicht maßgebend. Deswegen ist die Signalquelle in einer Empfangsanlage der Radioastronomie auch eine Quelle "elektrischen Rauschens", welche jedoch ein Nutzsignal liefert und deswegen bei der Rauschoptimierung des Netzwerkes eine andere Rolle spielt als die der übrigen Quellen elektrischen Rauschens. Es leuchtet ein, daß die Grundsätze beim Umgang mit dem rauschenden Netzwerk unabhängig davon sein müssen, ob seine Signalquelle eine Quelle deterministischer oder stochastischer Signale und somit Quelle "elektrischen Rauschens" ist. Im weiteren werden als Rauschquellen und Rauschsignale nur die Quellen stochastischer Signale bezeichnet, die ungewollt im Netzwerk vorhanden sind und das Nutzsignal verrauschen und stören.

Die Signal-Rausch-Verhältnisse im rauschenden Netzwerk sind nur dann komplett erfaßt, wenn man das Eingangsrauschen $W_{u1}(f)$ beachtet. Das Eingangsrauschen wird vom aktiven Zweipol der Signalquelle geliefert und besteht teils aus irreversibel im Nutzsignal vermischten Rauschanteilen, teils aus dem Rauschen der Signalquelle als elektrische Einheit. Das Eingangsrauschen unterscheidet sich von dem Rauschen des Netzwerkes insofern, daß es irreversibel ins Signal vermischt wird oder es bereits ist, bevor das Signal-Rausch-Gemisch in das angeschlossene Netzwerk gelangt. Das Eingangsrauschen ist stets unkorreliert zu den übrigen Rauschquellen im Netzwerk.

3. Das Optimierungsziel bei rauschenden Netzwerken

Das Netzwerk hat die Signalübertragungsfunktion $T_S(jf)$ von der Signalquelle zum Ausgang des Netzwerkes, so daß der Effektivwert des Ausgangssignals U_L wie folgt beschrieben werden kann, wenn $u_L(t)$ seine zeitliche Funktion bzw. seine zeitliche Realisierung ist:

stochastisches Signal - Signalspektrum $W_{uS}(f)$ in $[V^2 s]$ *der Signalquelle*:

$$T_S(jf) = \frac{u_L(t)}{e_S(t)} \qquad\qquad U_L(\square f) = \sqrt{\int^{\square f} \left|T_S(jf)\right|^2 W_{uS}(f)\,df} \tag{1}$$

deterministisches Signal $e_S(t)$ in [V] *der Signalquelle*:

$$U_L = \sqrt{\frac{1}{\square}\int_0^{\square} \left|u_L(t)\right|^2 dt} \qquad\qquad U_L = \sqrt{\frac{1}{\square}\int_0^{\square} \left|e_S(t)\,T_S(jf)\right|^2 dt} \tag{2}$$

Die Signalleistung am Ausgang berechnet sich mit (1) oder (2) wie folgt:

$$P_{SO} = \frac{U_L^2}{R_L} \tag{3}$$

Das Rauschen des Netzwerkes bildet ein Ausgangsrauschen, welches aus dem Netzwerk zum Ausgang übertragen wird, wenn $W_{ik}(jf)$ in $[V^2 s]$, $[A^2 s]$ oder [Ws] ein beliebiges Spektrum von n Rauschspektren im Netzwerk und $W_{uO}(f)$ in $[V^2 s]$ das Ausgangsspannungsspektrum ist:

$$W_{uO}(f) = \sum_{i=1}^{n} \left(\sum_{k=1}^{n} T_i(jf)\, T_k^*(jf)\, W_{ik}(jf) \right) \tag{4}$$

$W_{uO}(f)$ entspricht der Rauschleistung am Ausgang :

$$P_{NO} = \frac{U_{NL}^2}{R_L} = \frac{1}{R_L}\int_0 W_{uO}(f)\,df = \frac{1}{R_L}\int_0 \sum_{i=1}^{n} \left(\sum_{k=1}^{n} T_i(jf)\, T_k^*(jf)\, W_{ik}(jf) \right) df \tag{5}$$

Zwischen dem Ausgangsrauschen auf Grund des Rauschens im Netzwerk und dem Rauschen am Ausgang, welches durch das Eingangsrauschen über den Signalweg übertragen wird, besteht kein qualitativer Unterschied. Das Rauschen des Netzwerkes verringert zusätzlich den Signal-Rausch-Abstand, welcher sich zwischen dem Signal und dem Eingangsrauschen bereits eingestellt hat. Die Summe der beiden Rauschleistungen am Ausgang bildet die gesamte Ausgangsrauschleistung. Die Rauschquelle W_{u1} , vgl. Bild 1, ist die Quelle des Eingangsrauschens und ist der Rauschanteil der Signalquelle. Da diese Quelle unkorreliert zu allen übrigen ist, $W_{ik}(jf) = 0$ für $(i=1)\square(k\neq 1)\ \ (i\neq 1)\square(k=1)$, verwandelt sich der Term von $W_{u1}(f)$ in (5) für (i=k=1) in einen Term gleich diesem in (1), wenn man dabei (3) berücksichtigt. Das Eingangsrauschen wird also exakt so durch das Netzwerk übertragen, wie ein stochastisches Eingangssignal, so daß die beiden Rauschleistungsanteile miteinander einfach addiert werden, und man für (5) auch schreiben kann:

$$P_{NO} = \frac{1}{R_L}\left(\int_0 \left|T_S(jf)\right|^2 W_{u1}(f)\,df \; + \int_0 \sum_{i=2}^{n} \left(\sum_{k=2}^{n} T_i(jf)\, T_k^*(jf)\, W_{ik}(jf) \right) df \right) \tag{6}$$

Das Optimierungsziel bei rauschenden Netzwerken ist das Signal-Rausch-Verhältnis SNR (signal to noise ratio) am Ausgang des Netzwerkes:

$$SNR_O = \frac{P_{SO}}{P_{NO}} \tag{7}$$

Das Signal und das Eingangsrauschen gehen einen gemeinsamen Übertragungsweg durch das Netzwerk, sind im Netzwerk zusammen mit den übrigen Rauschsignalen irreversibel miteinander vermischt, tragen aber zu zwei verschiedenen Leistungsanteilen im Signal-Rausch-Verhältnis am Ausgang - P_{SO} und P_{NO} bei. (Sie bilden allein das Signal-Rausch-Verhältnis vor dem neuen Verrauschen durch das Netzwerk.)

Am Ausgang des Netzwerkes gibt es eine *einzige elektrische Ausgangsleistung*. Wenn wir gezielt von Signal- oder Rauschleistung am Ausgang sprechen, meinen wir die entsprechenden Anteile in dieser einen elektrischen Ausgangsleistung mit der Absicht, ihr Verhältnis zueinander, d.h. den Signal-Rausch-Abstand zu maximieren.

Wegen der Eigenschaften des linearen Gleichungssystems, welches das rauschende Netzwerk beschreibt, leuchtet es ein, daß eine einseitige Bemühung um das Verbessern des Signal-Rausch-Verhältnisses zum Scheitern führen muß, wenn man nur die einzelnen Leistungen im Signal-Rausch-Verhältnis behandeln will. Wenn man z.B. nur die Leistungsverstärkung des Signals allein maximiert, um z.B. die Signalleistung zu vergrößern, kann man nicht das Maximum vom SNR erreichen, da sich das Netzwerk während dessen verändert und sich sein Ausgangsrauschen auch ändern wird. Das Minimieren allein des Ausgangsrauschens, d.h. des Nenners des Optimierungsziels ist genauso erfolglos, da sich umgekehrt währenddessen die Signalübertragungsfunktion auch ändert, die Signalleistung am Ausgang ändert sich auch, und ein Maximum des Verhältnisses der beiden Größen, die Signalleistung bezogen auf die Rauschleistung, bleibt unerreichbar.

Das Optimierungsziel bei rauschenden Netzwerken, das Signal-Rausch-Verhältnis am Ausgang des Netzwerkes, kann deswegen nur so analytisch behandelt werden, wie es komplett in (7) unter Berücksichtigung der Beziehungen (1) bis (6) vorgegeben wird, was eine recht komplizierte Angelegenheit werden kann. Deswegen gelang auch der Anfang der Rauschoptimierung in der Vergangenheit mit Hilfe der Rauschzahl, weil sie erstmalig, wenn auch nicht vollkommen, die Signal-Rausch-Verhältnisse und nicht mehr die einzelnen Leistungen berücksichtigt.

4. Der physikalische Sinn der Rauschzahl

Die Rauschzahl betrachtet nicht die einzelnen, elektrischen Leistungen im Netzwerk, sondern die beiden Signal-Rausch-Verhältnisse und ist ihr Verhältnis, SNR_I am Eingang zum SNR_O am Ausgang:

$$F = \frac{SNR_I}{SNR_O} \qquad F = \frac{P_{SI} / P_{NI}}{P_{SO} / P_{NO}} \qquad F = \frac{P_{SI}\, P_{NO}}{P_{NI}\, P_{SO}} \tag{8}$$

Sie setzt die zwei Verhältnisse in Verhältnis und beantwortet damit die Frage, um wievielfach das Verhältnis vor dem neuen Verrauschen besser als nachher gewesen ist. Durch das zusätzliche Verrauschen ist das SNR_O am Ausgang stets kleiner als SNR_I am Eingang, und deswegen ist die Rauschzahl von rauschenden Vierpolen stets größer als 1.

Im Idealfall eines rauschfreien Vierpols ist seine Leistungsübertragungsfunktion zunächst unwichtig, weil dann die Signalleistung und das Rauschen vom Eingang durch den Vierpol gleichermaßen übertragen werden, so daß ihr Verhältnis für jede Übertragungsfunktion, d.h. für jeden beliebigen Vierpol, so lange er rauschfrei ist, konstant bleibt. Daraus folgt weiterhin, daß die Rauschzahl eines beliebigen, rauschfreien Vierpols stets 1 ist, *wenn er an seinem Ausgang rauschfrei abgeschlossen ist*[1] !

Eine Umwandlung der Beziehung für die Rauschzahl in (8) zeigt eine zweite, gleichwertige Interpretation des physikalischen Sinnes der Rauschzahl:

$\frac{P_{SO}}{P_{SI}}$ - Leistungsübertragung des Netzwerkes

P_{IO} - Rauschen am Ausgang des rauschfreien Netzwerkes, erzeugt durch das Eingangsrauschen

$$P_{IO} = P_{NI}\left(\frac{P_{SO}}{P_{SI}}\right) \qquad F = \frac{P_{SI}\, P_{NO}}{P_{NI}\, P_{SO}} = \frac{P_{NO}}{P_{NI}\left(\frac{P_{SO}}{P_{SI}}\right)} = \frac{P_{NO}}{P_{IO}} \qquad F = \frac{P_{NO}}{P_{IO}} \tag{9}$$

Die Rauschzahl ist das Verhältnis am Ausgang des Netzwerkes der Rauschleistungen aus der Signalquelle *und* dem Netzwerk zu der Rauschleistung *nur* aus der Signalquelle durch ein *rauschfreies* Netzwerk.

Die spektrale Rauschzahl behält den physikalischen Sinn der integralen Rauschzahl, operiert aber mit den entsprechenden Spektren:

---

[1] Nur dann, wenn man an seinem Ausgang eine rauschfreie Last bzw. eine rauschfreie, nachfolgende Kette anschließt, da sonst die Gesamtrauschzahl des Netzwerkes trotz der Rauschfreiheit dieses Vierpols durch seine Leistungsübertragungsfunktion weiter sehr stark beeinflußt wird.

W_{IO} - Rauschspektrum am Ausgang des rauschfreien Netzwerkes, erzeugt durch das Eingangsrauschen

$$W_{IO} = W_{NI}\left(\frac{P_{SO}}{P_{SI}}\right) \qquad F = \frac{P_{SI}\, W_{NO}}{W_{NI}\, P_{SO}} = \frac{W_{NO}}{W_{NI}\left(\frac{P_{SO}}{P_{SI}}\right)} = \frac{W_{NO}}{W_{IO}} \tag{10}$$

5. Die Grenzen der Rauschzahl als Optimierungsgröße für das rauschende Netzwerk

Der Rauschzahl sind bei ihrer Anwendung als Optimierungsgröße Grenzen gesetzt, die auf Grund ihrer Definition entstehen. *Die Rauschzahl ist nicht identisch mit dem direkten Ziel der Rauschoptimierung,* dem Signal-Rausch-Verhältnis am Ausgang. Auf Grund ihrer Definition ist die Rauschzahl eine physikalische Größe, die zwar sehr viel mit dem Signal-Rausch-Verhältnis am Ausgang des Netzwerkes zu tun hat, jedoch das Ziel der Rauschoptimierung, das Signal-Rausch-Verhältnis am Ausgang des Netzwerkes, *nicht ersetzen kann.* Eine Umformung von (8):

$$SNR_O = \frac{P_{SO}}{P_{NO}} \qquad SNR_O = \frac{P_{SI}}{P_{NI}}\,\frac{1}{F} \tag{11}$$

zeigt, daß die Rauschzahl F aus analytischer Sicht nur dann gleichwertig der eigentlichen Größe der Rauschoptimierung SNR_O sein und sich dazu gleich eignen kann, als Zielfunktion der Rauschoptimierung zu dienen, *wenn das Eingangsrauschen* $W_{u1}(f)$ *konst. bleibt.* (Die Signalleistung am Eingang P_{SI} ist stets ein Parameter, da, wie schon erläutert, die Signalleistung das Netzwerk nicht in seinen physikalischen Gegebenheiten verändern kann. Sie wird zusätzlich ins Netzwerk eingespeist und am Ausgang des Netzwerkes /mit/entnommen.) Nur dann, wenn $W_{u1}(f)$ = konst., ist es gleichwertig, ob man direkt SNR_O maximiert oder F minimiert. Im allgemeinen Fall, sollte sich das Eingangsrauschen ändern, *ist das Produkt* P_{NI} F *zu minimieren* und nicht die Rauschzahl F selbst, denn nur dann ist das erreichte Minimum vom Produkt P_{NI} F identisch mit dem Maximum von SNR_O.

Das Eingangsrauschen ist weiterhin auf Grund der Definition in (8) sehr gefährlich mit der Rauschzahl gekoppelt und zwar nicht im Sinne eines besseren SNR_O am Ausgang des Netzwerkes. Ein intensiveres Rauschen aus der Signalquelle wird das SNR am Eingang und am Ausgang weiter verschlechtern, wird jedoch die Rauschzahl verkleinern und deswegen "verbessern", weil sich SNR_I und SNR_O relativ näher kommen werden, s.(8) bis (10). Man betrachte z.B. den Fall der radioastronomischen Beobachtung eines ekliptischen Radioobjektes während des ganzen Jahres. Mit dem Annähren der Sonne an das Radioobjekt wird die Rauschzahl der verwendeten Empfangseinrichtung stark abnehmen und praktisch 1 werden, obwohl sich die Empfangseinrichtung mitnichten ändern kann und nach wie vor konstant rauschen wird. Das SNR wird dabei sehr stark verschlechtert sein, denn das zusätzliche Sonnenrauschen wird ja nicht unbemerkt bleiben. Das SNR wird sich bereits am Eingang des Netzwerkes sehr stark verschlechtern, deswegen wird das SNR_I am Eingang zu diesem am Ausgang nicht mehr um so viel größer sein, oder beide können sogar annährend gleich werden, und die Rauschzahl wird sehr klein oder ≈ 1 werden. In diesem und in jedem anderen vergleichbaren Fall wird eine kleinere Rauschzahl gleichzeitig ein schlechteres SNR bedeuten, solange sich das Eingangsrauschen ändert und nicht das Rauschen des Netzwerkes.

Ein und dasselbe Netzwerk muß deswegen unterschiedliche Rauschzahlen haben, so oft es an verschiedenen Signalquellen mit unterschiedlichem Eingangsrauschen angeschlossen wird, obwohl sich das Netzwerk dabei nicht ändert und genauso rauscht wie vorher. *Die Rauschzahl kann*, wenn sie korrekt nach der Definition berechnet und angegeben wird, *gar nicht allgemein gültig für ein gegebenes Netzwerk ermittelt werden*, denn man kann nicht im voraus wissen, mit welchem Eingangsrauschen das Netzwerk nachher beim Anwender eingespeist werden wird, d.h. sie kann keine absolut vergleichbare Aussagekraft haben.

Daß man eine praktische Handhabung der Rauschzahl hat, z.B. Messen der Rauschzahl, verdankt man einer *nützlichen Fiktion.* Man geht dem Umstand der Abhängigkeit der Rauschzahl von dem Eingangsrauschen aus dem Wege, indem man ein *fiktives Eingangsrauschen* verwendet. Man erklärt das Eingangsrauschen ausschließlich als ein thermisches Rauschen des Innenwiderstandes der Signalquelle bei der Temperatur 290 K. Und selbst dann ist die so berechnete, fiktive Rauschzahl, mit der man eigentlich überall arbeitet, ohne vergleichbare Aussagekraft, denn die Praxis kennt verschiedene Niveaus für die Leistungsanpassung und daher verschiedene Werte für den Innenwiderstand der Signalquelle. Man denke nur an die üblichen Werte von 600Ω, 75Ω, 60Ω oder 50Ω. So kann *ein und dasselbe Netzwerk* mit einem normierten Rauschäquivalent von 1kΩ für seine Rauschzahl Werte zwischen 2,67 (600Ω) und 21 (50Ω) und für sein Rauschmaß Werte zwischen 4,26 dB (600Ω) und 11,56 dB (50Ω) haben, ein Umstand, den man nur schwer dulden kann, über den sich aber auch noch niemand beschwert.

Wenn man vom Optimieren von Kettenschaltungen, Theorem nach Friis, absieht, welches von diesem Umstand nicht betroffen wird, läßt es sich leicht zeigen, daß **die Rauschzahl auf Grund ihres "Geburtsfehlers", auf Grund ihrer Definition, ein spezielles Verhältnis zum Eingangsrauschen, deswegen auch zur Signalquelle und letztendlich auch zum ganzen Netzwerk einnimmt, welches das sinnvolle Rauschoptimieren in seinem vollen Umfang teilweise sogar entstellen kann.**

6. Die Fehler der Rauschanpassungstheorie

Um die Diskussion über die Fehler der Rauschanpassungstheorie übersichtlich führen zu können, seien ihre Annahmen und Aussagen an Hand von den Ausführungen in [1] zitiert. Man geht von dem folgenden Netzwerk aus

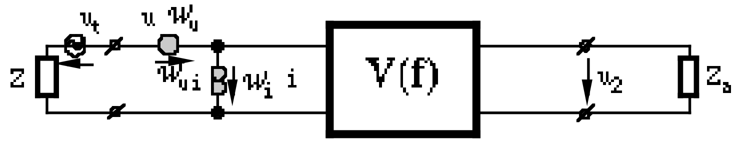

Bild 2 *Zur Berechnung der Rauschzahl eines Vierpols*

Die Fiktion, daß das Eingangsrauschen nur einem thermischen Rauschen des Innenwiderstandes der Signalquelle bei 290 K entspricht, wird als *physikalische Grundlage* erklärt und man schreibt, S.255 "*Bei* u_t *handelt es sich meistens um das thermische Rauschen des Innenwiderstandes Z, das zugehörige Spektrum ist demnach* $\mathcal{W}_t = 2\,k\,T\,\mathrm{Re}\{Z\}$. *Wir wollen dies im folgenden stets annehmen und für T die Normtemperatur* $T_0 = 290$ *K setzen, also annehmen, daß Z diese Temperatur hat.*"[1]

Unter dieser Annahme bekommt man für die spektrale Rauschzahl den Ausdruck:

$$F(f, Z) = 1 + \frac{W_u + |Z|^2 W_i + 2\mathrm{Re}\{Z W_{ui}\}}{2kT_0 \mathrm{Re}\{Z\}} \tag{12}$$

Das angenommene thermische Rauschen des Innenwiderstandes der Signalquelle *fungiert hier aber nicht mehr* in der zweckmäßigen Absicht, einen fiktiven und zumindest vergleichbaren Wert für die Rauschzahl berechnen zu können, sondern in der Absicht, es als physikalische Ausgangsbasis zu erklären, die es im elektrischen Netzwerk allein und ausschließlich gebe und unter deren Berücksichtigung man das Netzwerk rauschmäßig optimieren wolle, denn man schreibt - S.256 " *Die Rauschzahl hängt ab von der Frequenz f und auch ganz wesentlich vom Innenwiderstand Z der Quelle*". Man meint hierbei den durch die Annahme $\mathcal{W}_t = 2\,k\,T\,\mathrm{Re}\{Z\}$ gewonnenen Ausdruck (12) und beginnt, daraus analytische Schlußfolgerungen zu ziehen . Zwischen den beiden Betrachtungen liegen aber nicht nur Welten, dort liegt auch die Grenze zwischen dem tatsächlich objektiv vorhandenen, fast *nicht* thermischen Eingangsrauschen und der eingangs erwähnten nützlichen Fiktion, das Eingangsrauschen durch das thermische Rauschen am Eingang ausschließlich zu ersetzen.

Man fragt sich, ob es vielleicht doch einen realistischen Sinn für diese Annahme geben könnte? Sie könnte z.B. tatsächlich physikalisch zutreffen, wenn es sich um einen passiven Widerstand handelt, welcher am Eingang des Vierpols angeschlossen ist und bei der Temperatur T rauscht. Dann kann man aber definitiv kein Signal von außen in dieses Netzwerk einspeisen und dort verarbeiten, denn der Eingang des Netzwerkes ist in diesem Fall mit einem *passiven* Widerstand *abgeschlossen.* Diesen Fall gibt es als eine interessante Idee, s. verschiedene Arbeiten über Präzisionsthermometer, Storm, Pickup u.a., man muß ihn aber außer Betracht ziehen, weil er den allgemeinen nachrichtentechnischen Zweck des Netzwerkes durch das Ausschließen von Eingangssignalen nicht erfüllt.

Die Annahme könnte vielleicht dann zutreffen, wenn man sich eine Antenne vorstellt, die bei der Temperatur T mit dem Strahlungswiderstand R_S rauscht. Diese Annahme hat auch keinen praktischen Sinn, denn eine Antenne rauscht nur dann tatsächlich bei einer meßbaren Temperatur T, wenn sie sich in einem absolut schwarzen Strahlungskörper befindet. Nur in diesem Fall empfängt die Antenne rein thermisches Rauschen mit der angenommenen Intensität. Dann ist diese Antenne aber definitiv nicht für Nutzsignale zugänglich, da sie sich ja in einem absolut schwarzen Strahlungskörper befindet, welcher auf Grund seiner Definition keine weitere Strahlung außer seiner thermischen Strahlung erzeugen und in seinem Inneren abstrahlen kann und darf. Deswegen ist der Empfang von Nutzsignalen auch hier von vornweg ausgeschlossen.

Wer den Einwand liefern würde, daß doch jede Antenne bei irgendeiner Temperatur rauscht, vergißt, daß das Rauschen einer Antenne nur künstlich als rein thermisches Rauschen deklariert wird. Nur dann unter der fiktiven Annahme eines thermischen Rauschens und einer Leistungsanpassung am Eingang des Empfängers kann die

---

1 Die Autoren verwenden die Systemspektren, die die halbe Intensität haben, daher in (12) und (13) der Koeffizient 2 k T ... statt 4 k T ...

Rauschtemperatur der Antenne berechnet werden. Diesen Fall muß man also auch außer Betracht ziehen. Nach weiteren Möglichkeiten braucht man eigentlich nicht zu suchen, denn nicht der Leser einer Theorie ist derjenige, der sich den praktischen Sinn der Annahme der Theorie ausdenken muß, sondern die aufgestellte Theorie muß erklären, welchen praktischen Sinn ihre Annahmen haben. Die Praxis sieht nämlich ganz anders aus und man hat mit Werten für das Eingangsrauschen zu tun, die das thermische Rauschen des Innenwiderstandes der Signalquelle ohne schlechtes Gewissen vollkommen vergessen lassen. Man lese z.B. weiter in [1] - S. 69 "*Man erreicht an 'dunklen' Stellen des Himmels Minimalwerte, die für eine Frequenz von 20 MHz bei etwa 50.000 K ... liegen.*"

Diese Zeilen festigen nicht etwa die Annahme, daß am Eingang des Netzwerkes ein ausschließlich thermisches Rauschen vorkommt. Im Gegenteil, die Autoren meinen eine gedachte, "effektive" Temperatur bei Werten, die in diesem Zahlenbeispiel um das 167-fache höher liegen und von Rauschmechanismen herstammen, die mit dem thermischen Rauschen absolut nichts zu tun haben, und das an den 'dunklen' d.h. rauschärmsten Stellen des Himmels. Auch die Praxis aktiver Netzwerke, die als Signalquellen fungieren, liefert Werte für das Eingangsrauschen, die das thermische Rauschen des Innenwiderstandes vollkommen verharmlosen und den in (12) gemachten Ansatz in Frage stellen.

Der erste Vorwurf an die Rauschanpassungstheorie ist, daß sie von einer *fiktiven* Annahme $\mathcal{W}_t = 4\,k\,T\,\mathrm{Re}\{Z\}$ ausgeht, *die keinen praktischen Sinn hat*. Die korrekte Annahme ist: $\mathcal{W}_t = \mathcal{W}_0 + 4\,k\,T\,\mathrm{Re}\{Z\}$ mit $\mathcal{W}_0(Z) =$ konst. mit Werten für $\mathcal{W}_0$, die so weit höher liegen als $4\,k\,T\,\mathrm{Re}\{Z\}$, daß man den letzteren Term des thermischen Rauschens ohne schlechtes Gewissen einfach vergessen und schreiben kann $\mathcal{W}_t \approx \mathcal{W}_0$ mit $\mathcal{W}_0(Z) =$ konst. . Dann aber muß man auch die Ergebnisse der Rauschanpassungstheorie ohne schlechtes Gewissen vergessen, denn, wenn F(Z) korrekterweise den Ausdruck haben muß:

$$F(f,Z) = 1 + \frac{W_u + |Z|^2 W_i + 2\mathrm{Re}\{Z W_{ui}\}}{W_0 + 2kT_0\mathrm{Re}\{Z\}} \approx 1 + \frac{W_u + |Z|^2 W_i + 2\mathrm{Re}\{Z W_{ui}\}}{W_0} \tag{13}$$

dann muß der Ablauf der Rauschanpassungstheorie in eine völlig neue Richtung und zu vollkommen anderen Ergebnissen führen.

Im Fall der integralen Betrachtung in einem Δf werden nicht die Rauschspektren, sondern die Rauschleistungen in diesem Δf betrachtet. Für diesen Fall geht man gern davon aus, daß es Leistungsanpassung zwischen der Signalquelle und dem Vierpol gibt, d.h. daß der Innenwiderstand der Signalquelle R_S den festen, durch den Vierpol vorgegebenen Wert R_I haben muß. Man spricht dann von einer verfügbaren Rauschleistung. Nur dann und sonst überhaupt nicht kann man für die Eingangsrauschleistung am Eingang des Vierpols schreiben

$$P_{NI} = k\,T\,\Delta f \tag{14}$$

Es ist dann aber auch klar, daß man, solange mit den verfügbaren Rauschleistungen operiert wird, stets die Leistungsanpassung meint und eine Rauschanpassung sowieso nicht durchführen kann, da man den Wert für R_S bereits auf $R_S = R_I$ festgelegt hat.

Ein besonders gravierender Fehler der Rauschanpassungstheorie besteht darin, daß sie nicht das Signal-Rausch-Verhältnis am Ausgang des Netzwerkes optimieren will, dann müßte sie das analytische Minimum von

$$\frac{\partial[F(R_S)\;P_{NI}(R_S)]}{\partial R_S} = 0 \tag{15}$$

suchen, s. (11). Sie sucht das falsche Minimum allein von F nach der Beziehung:

$$\frac{\partial F(R_S)}{\partial R_S} = 0 \tag{16}$$

und muß sich den Vorwurf gefallen lassen, daß sie sich eine physikalisch betrachtet sinnlose Aufgabe stellt. Der physikalische Sinn der Rauschzahl wird ja regelrecht karikiert. Durch die Formulierung der Aufgabe der Rauschanpassung wird suggeriert, daß das Minimum der Rauschzahl immer optimal für die Signal-Rausch-Verhältnisse im Netzwerk sei, auch dann, wenn man deswegen das Eingangsrauschen?! verändert. Und dann wird als Mittel dafür die Variation des Eingangsrauschens durch Änderung des Innenwiderstandes der Signalquelle angeboten, dessen thermisches Rauschen nach der Bemerkung vorher sowieso nicht maßgebend ist. Man formuliert als wissenschaftliche Aufgabe das Erreichen des im Abschnitt 5 geschilderten Zustandes, in dem das Eingangsrauschen das SNR bereits am Eingang verschlechtert aber die Rauschzahl minimiert. Die Aufgabestellung wird unwissenschaftlich formuliert und ist identisch mit der Formulierung: "Wie verbessert man die Rauschzahl des Vierpols durch das Verschlechtern des Signal-Rausch-Verhältnisses am Eingang?"

Die Diskussion darüber, was man mit dem Minimieren des objektiveren Ausdrucks für F in (13) statt (12) im Sinne der Rauschanpassung anfangen könnte, muß man sich schenken, denn das Minimieren der Rauschzahl allein führt mit dem Mittel der Rauschanpassung in (16) sowieso nicht zu einem sinnvollen Ergebnis. Um aber dem natürlichen Interesse des Lesers zu entsprechen, sei es kurz erwähnt, daß dann die Rauschanpassungstheorie zu ganz anderen Aussagen führen muß, obwohl es sich nur um eine zusätzliche Konstante $\mathcal{W}_0$ handelt. Diese Aussagen werden deswegen nicht weniger falsch werden, da die Rauschanpassung den Grundfehler in (16) macht.

Die meisten Autoren behandeln die Rauschanpassung neutral und losgelöst von den Signal-Rausch-Verhältnissen im Netzwerk, so als ob sie das heikle Thema meiden wollten. Es gibt aber welche, die die Problematik einfach nicht durchschauen und das SNR mit der Rauschzahl verwechseln[1] , so z.B. in [3] S. 126 "*Während die Rauschanpassung, wie oben bereits erläutert, eine Bedingung für die Signalquellenimpedanz darstellt, bei der am Ausgang des Vierpols maximales Signal-Rausch-Verhältnis auftritt, ...*" Und es gibt einige wenige, denen die Rauschanpassung nicht ganz behagt, so der Autor in [6]. Er erkennt die Diskrepanz und schildert sie korrekt, S.226 "*Since the maximum signal-to-noise ratio occurs at* $R_S = 0$ *and minimum noise factor occurs at* $R_S = V_n / I_n$ *the question of what is the optimum source resistance for the best noise performance arises.*", "kippt" aber dann doch um, schluckt die Kröte mit der Rauschzahl und flüchtet sich in eine lange Diskussion darüber, wie man den Innenwiderstand zu seinem "optimalen" Wert umtransformieren könnte, so als ob sich etwas an der Grunddiskrepanz mit dem SNR ändern würde. Dabei ist er nicht allein. In [3], S. 130 wird darauf verwiesen, daß sich im dort vorgeführten Beispiel ein "günstiger Kompromiß zwischen Rausch- und Leistungsanpassung ergeben könne", und es wird auch auf eine entsprechende Literaturquelle hingewiesen. Die Überlegung, daß man durch eine Transformation den "optimalen" Zustand der Rauschanpassung erreichen kann, ist zwingend, denn sie bietet genau das an, was die Rauschanpassung vorsieht. Deswegen ist dieser Gedanke allgemein bekannt, von sehr vielen Autoren vorgeschlagen und nicht neu. Neu ist in diesem Artikel die Überlegung, was es werden wird, wenn man den Gedanken der Signalquellentransformation konsequent bis zu Ende durchdenkt.

In der folgenden Ausführung soll gezeigt werden, daß gerade dann, durch die Transformation des Innenwiderstandes der Signalquelle zu einem "optimalen" Wert, die gesamte Rauschanpassung ad absurdum führt. Gegeben seien im Bild 3 ein Netzwerk und seine Zweipolersatzdarstellung:

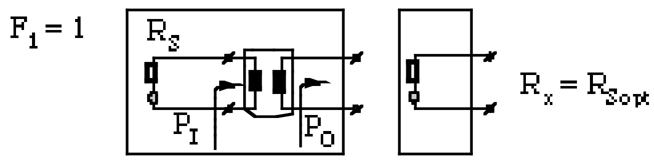

Bild 3 *Transformation des Innenwiderstandes der Signalquelle*

Der Transformator im Bild 3 sei ideal, rauschfrei und habe deswegen die Rauschzahl $F_I = 1$. Je nachdem, wie der Transformator den Innenwiderstand der Signalquelle R_S an das nächstfolgende Kettenglied, welches im Bild 3 nicht dargestellt ist, anpaßt, hat er eine Leistungsübertragungsfunktion v_P, die gleich oder kleiner als 1 ist, $v_P \leq 1$. Unabhängig davon, welchen Wert die Leistungsübertragungsfunktion hat, bleibt seine Rauschzahl konstant 1. Der Innenwiderstand der Signalquelle kann in jeden beliebigen Wert transformiert werden, so muß er auch in den "optimalen" Wert $R_{S,opt}$ der Rauschanpassungstheorie umtransformiert werden können. Vergleicht man den Fall der Rauschanpassung mit den übrigen Fällen von Anpassung mit Hilfe eines Transformators, ergibt sich das folgende Bild:

R_S = konst. $\qquad v_P = P_O/P_I$

Stromwandler[2]	Spannungswandler[3]	Leistungsanpassung	Rauschanpassung
$R_x = \infty$	$R_x = 0$	$R_x = R_I$	$R_x = R_{S,opt}$

[1] nach dem Motto: "Kleine Rauschzahl ist immer gut...".

[2] v_P ist 0 wegen der gewollten Fehlanpassung, der Stromwandler wird absichtlich im Kurzschlußbetrieb angewandt.

[3] analog dazu, allerdings im Leerlaufbetrieb.

$v_P = 0$	$v_P = 0$	$v_P = 1$	$v_P < 1$
$F_1 = 1$	$F_1 = 1$	$F_1 = 1$	$F_1 = 1$

Der Fall der korrekten Rauschanpassung mit (13) aber auch mit (12), je nach Eingangsrauschen, bringt also die Rauschzahl des Vierpols F_2 auf ein Minimum F_{2min} , welches kleiner als der ursprüngliche Wert F_2 ist:

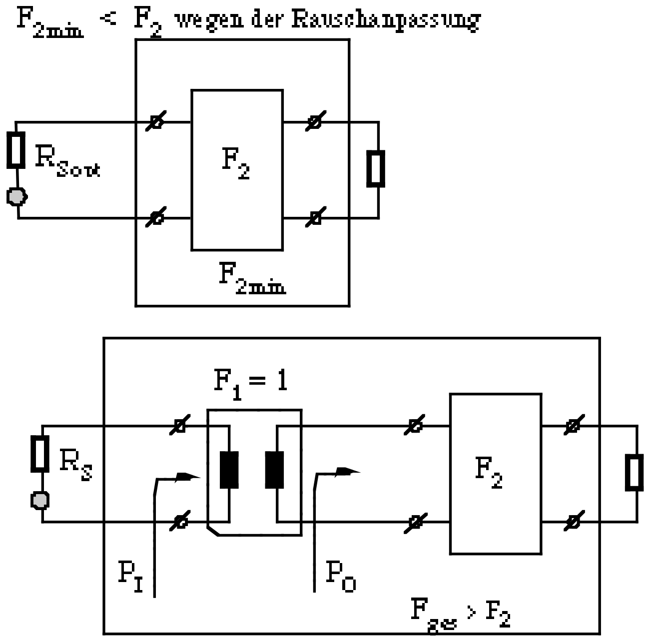

Bild 4 *Kaskade von zwei Netzwerken für das Friis Theorem*

Was wird dann mit der Rauschzahl der Signalkette: Transformator plus Vierpol? Im Fall der Rauschanpassung ist die Leistungsübertragungsfunktion auf jedem Fall kleiner als 1, $v_P < 1$, weil es sich sonst um die Leistungsanpassung handeln wird. Das Theorem nach Friis besagt für den Fall im Bild 4, daß die Rauschzahl F_{ges} der Kettenschaltung den folgenden Wert haben wird

$$F_{ges} = F_1 + \frac{F_2 - 1}{(v_P)} \qquad v_P = \frac{P_O}{P_I} \tag{17}$$

$$F_{ges} - 1 = \frac{F_2 - 1}{(v_P)} \qquad \text{mit} \qquad (F_1 = 1) \tag{18}$$

F_{ges} kann unter Berücksichtigung der konkreten Voraussetzung $F_1 = 1$ zwei mögliche Werte einnehmen:

Leistungsanpassung	Rauschanpassung
$v_P = 1$	$v_P < 1$
$F_{ges} - 1 = F_2 - 1$	$F_{ges} - 1 > F_2 - 1$
$F_{ges} = F_2$	$F_{ges} > F_2$

Der Wert der Rauschzahl für die Kette F_{ges} muß bei fehlender Leistungsanpassung größer sein als F_2 , obwohl die Rauschzahl des ersten Gliedes, des Anpassungstransformators, eins ist, da die Leistungsübertragungsfunktion des Transformators die Zusatzrauschzahl des zweiten Gliedes $F_2 - 1$ vergrößert, v_P ist kleiner als 1.

Die Diskrepanz ist nun eindeutig da, die Rauschzahl des Vierpols selbst ist kleiner geworden, jedoch auf Kosten der größeren Rauschzahl der Kette: Transformator plus Vierpol. Und das ist jedem Praktiker bekannt, daß ein dämpfendes Glied in einer Signalkette die Signal-Rausch-Verhältnisse immer verschlechtert, egal ob es selbst rauscht oder nicht[1]. (Der Transformator muß im Fall der Rauschanpassung dämpfen, denn nur im Fall der Leistungsanpassung ist seine Leistungsübertragungsfunktion 1, sonst ist sie kleiner als 1.) Man kann sich an dieser

---

1 z.B. bei Kabelverbindungen, deren eigenes Rauschen nicht so nachteilig ist, wie ihr Dämpfen.

Stelle nicht gegen die Bemerkung wehren: "Die Operation ist gelungen, F_2 ist kleiner geworden, der Patient SNR ist tot". Zusammenfassend sei festgestellt, daß die Rauschanpassung nichts anderes tut, als ein über den Umweg des Quelleninnenwiderstandes erreichtes Verschlechtern des SNR am Eingang, um anschließend eine kleinere Rauschzahl für den angeschlossenen Vierpol zu präsentieren. Nicht umsonst sind bis heute ihre praktischen Anwendungen ausgeblieben, obwohl sie selbst schon so lange her in der theoretischen Literatur als eine Optimierung rauschender Netzwerke propagiert wird.

7. Ausblick

Die Rauschzahl ist eine physikalische Größe, die auf Grund ihrer Formulierung die Arbeit mit dem rauschenden Netzwerk nur begrenzt unterstützt. Die Probleme mit der Rauschzahl sind nicht neu. Sie können sich nicht ändern, wenn man statt mit der Rauschzahl mit der Rauschtemperatur des Netzwerkes arbeitet und auch eine Systemtemperatur für Kettenschaltungen nach dem Vorbild des Friis'schen Theorems berechnet, was recht viele Autoren tun. Um den vorgegebenen Umfang dieses Beitrages nicht zu sprengen, sei nur kurz festgehalten, daß die Rauschtemperatur die Probleme der Rauschzahl nicht mindert. Wenn die Rauschzahl wegen des Beziehens auf das Eingangsrauschen "leidet", hat die Rauschtemperatur eher größere Probleme, da sie erstens die Leistungsanpassung der Signalquelle an das Netzwerk und zweitens eine Bezugsbandbreite Δf voraussetzt, die alles wieder offen lassen. Besonders gefährlich kann die Rauschtemperatur werden, wenn man nicht das Eingangsrauschen in Rauschtemperatur umrechnet, sondern ein beliebiges Spektrum im Netzwerk selbst, denn dann muß man nicht nur auch mit imaginären oder komplexen Temperaturen arbeiten, dann verleiht man automatisch *die physikalische Eigenschaft* einer thermisch rauschenden Quelle einer nichtthermischen mit allen analytischen Folgen, die noch schlimmer als die Rauschanpassung sind. Zusammenfassend für die beiden Größen, Rauschzahl und Rauschtemperatur, sei abschließend gesagt, daß sie die Analyse und die Optimierung rauschender Netzwerke nur zu einem Teilerfolg führen konnten, obwohl sie schon sehr lang, die Rauschzahl seit 50 Jahren, als Begriff existieren. Es ist an der Zeit, diese Dinge einer schlüssigen Theorie zu überlassen, die auch auf dem Labortisch funktioniert. Es wäre ein guter Anfang, wenn man zumindest den Schneeballeffekt stoppen und aufhören würde, die Rauschanpassung immer weiter durch die Rauschliteratur als die Rauschoptimierung zu reichen. Sie ist nämlich ein Flop, auch wenn sie nicht nur in [1] bis [6] sondern in jedem weiteren Standardwerk steht, [1] wurde nur deswegen gern zitiert, weil es *das* Rauschlehrbuch im deutschsprachigen Raum ist.

Das Optimierungsziel bei rauschenden Netzwerken, das SNR in (7) , ist zwar aus netzwerkanalytischer Sicht eine listige Größe, da sie während der Netzwerkanalyse nicht dort zu bilden ist, wo sie definiert wird. Sie wird für den Ausgang des Netzwerkes definiert, muß aber, wenn sie konsequent angewandt und physikalisch richtig interpretiert wird, am Eingang! des Netzwerkes ermittelt werden, um sie in die korrekte Optimierungszielfunktion, das Rauschäquivalent des Netzwerkes, zu "packen". Eine ausführliche Darstellung der korrekten Zielfunktion an Stelle der Rauschzahl oder der Rauschtemperatur ist in [7] vorgestellt, die neue Größe heißt Allg. Rauschäquivalent. Jedes Netzwerk ist selbst rauschfrei und hat statt dessen ein allgemeines Rauschäquivalent in seiner Signalquelle. Das erreichte Signal-Rausch-Verhältnis in der Signalquelle ändert sich am Eingang oder am Ausgang des Netzwerkes nicht mehr, weil das Netzwerk selbst rauschfrei ist und dieses Verhältnis nicht mehr ändern kann. Jede beliebige analytische Veränderung des Netzwerkes verändert das Rauschäquivalent, und so kann man das Rauschen des Netzwerkes und sein Signal-Rausch-Verhältnis analytisch durch umfangreiche, für die verschiedenen Probleme der Nachrichtentechnik zugeschnittene Netzwerkänderungen oder Netzwerkdimensionierungen optimieren. Das Eingangsrauschen braucht man dann auch nicht mehr zu berücksichtigen, wenn man das Netzwerk optimiert. Beim praktischen Einsatz des Netzwerkes unter gegebenen Bedingungen erhöht sich das Rauschäquivalent des Netzwerkes direkt um das Eingangsrauschen. Auch dort in [7] sind einige Beispiele für *rationale* Optimierung rauschender Netzwerke angeführt, die nicht nur analytisch durchgerechnet sondern auch experimentell untersucht wurden, und vor allem zeigen, daß man **das Rauschen eines Netzwerkes leicht in einem Umfang ab ±50 dB bis weit über ±100 dB im Netzwerk verändern kann, ohne die nachrichtentechnische Arbeit des Netzwerkes zu beeinflussen.**

8. Schrifttum

|1| Bittel, H., L.Storm
Rauschen, Eine Einführung ... Springer 1971

|2| Connor, F.R.
Noise, Second Edition Edward Arnold 1982
auf deutsch erschienen Vieweg 1987

|3| Landstorfer, F., H.Graf
Rauschprobleme der Nachrichtentechnik Oldenbourg 1981

|4| Meinke, H., F.W.Gundlach
Taschenbuch der Hochfrequenztechnik Springer 1986

|5| Motchenbacher, C.D., F.C.Fitchen
Low-Noise Electronic Design John Wiley & Sons 1973

|6| Ott, H.W.
Noise Reduction Techniques in Electronic Systems John Wiley & Sons 1976

[7] Neidenoff, A.
'General equivalent noise' of electric networks — 10th Int. Conf. of Noise, Budapest, August 1989